

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



Prova scritta di Matematica Generale (EGA – Corso B)
Dott. Giovanni Masala – 19 febbraio 2010.

PRIMA PARTE

Domanda 1 (punti 5; punti 4 per la prova completa).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x+2}$$

Dominio (punti 2)	$E = [-3, 3] \setminus \{-2\}$
Positività (punti 2)	$P = (-2, 3)$
Intersezioni (punti 1)	$A(\pm 3; 0) \quad B(0; 3/2)$

Domanda 2 (punti 5; punti 4 per la prova completa). Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log(4+x^2)$

Derivata prima (punti 1)	$f' = \frac{2x}{4+x^2}$
Derivata seconda (punti 1)	$f'' = \frac{2(4-x^2)}{(4+x^2)^2}$
Insieme di convessità (punti 2) Flessi (punti 1)	convessa per $-2 < x < 2$; flessi per $x = \pm 2$

Domanda 3 (punti 5; punti 4 per la prova completa). Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = e^{x^4-2x^3}$

Derivata prima (punti 2)	$f'(x) = 2x^2 \cdot (2x-3) \cdot e^{x^4-2x^3}$
Estremi (punti 3)	$m(3/2; e^{-27/16})$

Domanda 4 (punti 5; punti 3 per la prova completa). Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{2x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 6x + 7}{x^3 + x^2}$$

Dominio (punti 1)	$E = \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$
As. verticali (punti 2)	$x = -1 \quad e \quad x = 0$
As. obliqui oppure orizzontali (punti 2)	$y = 2x - 6$

Domande teoriche (punti 10, solo recupero I parte). (dare un esempio per ciascun quesito)

- Il teorema di De l'Hospital (punti 4)
- Legame tra continuità e derivabilità (punti 3)
- La definizione di limite (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



SECONDA PARTE

Domanda 5 (punti 6; punti 4 per la prova completa).

Risolvere i seguenti integrali indefiniti e definiti:

$$\int_0^1 \left(x \cdot (1 - x^3) + \frac{x^3}{1 + 4x^4} \right) dx \quad \text{e} \quad \int \left(x \cdot 2^{1+3x^2} + \sqrt{3x} \right) dx$$

Integrale definito (punti 3)	$\frac{1}{80} (24 + 5 \log 5) \approx 0,4006$
Integrale indefinito (punti 3)	$\frac{2x^{3/2}}{\sqrt{3}} + \frac{2^{1+3x^2}}{6 \log 2}$

Domanda 6 (punti 6; punti 5 per la prova completa).

Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 4x + y - k \cdot z = 3 \\ x + 2y + z = 4 \\ x + k \cdot y + z = 1 \end{cases}$$

Compatibilità (punti 2)	$k \neq -4; 2$ (soluzione unica)
Soluzioni (punti 4)	$\left(x = \frac{(k+1) \cdot (4k-3)}{(k+4) \cdot (k-2)}; y = \frac{-3}{k-2}; z = \frac{13k-5}{(k+4) \cdot (k-2)} \right)$

Domanda 7 (punti 8; punti 6 per la prova completa).

Data la funzione $z = f(x, y) = 2x^2 + y^2 - 4x \cdot y - x + 2y$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 3x - y = 1$.

Derivate parziali (punti 2)	$f_x = 4x - 4y - 1 \quad f_y = -4x + 2y + 2$
Estremi liberi (punti 3)	<i>Sella</i> (3/4; 1/2; 1/8)
Estremi vincolati (punti 3)	$M(3/2; 7/2; 5/4) \quad \lambda = -3 \quad H = 2$

Domande teoriche (punti 10, solo recupero II parte). (dare un esempio per ciascun quesito)

- Il teorema di Barrow-Torricelli (punti 4)
- Criteri per la compatibilità di un sistema lineare (punti 3)
- Il metodo dei moltiplicatori di Lagrange (punti 3)